1章 数と式

1節 式の計算

1 単項式と多項式

教科書 P.6

問1 (1) 次数は 4，係数は **5**

(2) 次数は 4，係数は **1**

(3) 次数は 6，係数は $-\dfrac{3}{2}$

問2 (1) 次数は 3，係数は $\boldsymbol{4x^2}$

(2) 次数は 5，係数は $\boldsymbol{-2a^2}$

教科書 P.7

問3 $3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$
$=(3-7)x^2y+(4+5)xy-4$
$=\boldsymbol{-4x^2y+9xy-4}$

問4 $x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$ を x に着目して整理すると
$x^3+yx^2+7x+(-y^2-4y+1)$
となり，**x については，次数は 3，定数項は $-y^2-4y+1$** である。
$x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$ を y に着目して整理すると
$-y^2+(x^2-4)y+(x^3+7x+1)$
となり，**y については，次数は 2，定数項は x^3+7x+1** である。

問5 (1) $5x^2-2+7x^3-3x$
$=\boldsymbol{7x^3+5x^2-3x-2}$

(2) $2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$
$=\boldsymbol{2x^2+(5y-1)x+(y^2+5y-4)}$

2 多項式の加法・減法・乗法

教科書 P.8

問6 (1) $\boldsymbol{A+B}$
$=(x^3-4x^2-3)+(3x^3-5x^2-x+3)$
$=x^3-4x^2-3+3x^3-5x^2-x+3$
$=(1+3)x^3+(-4-5)x^2-x-3+3$
$=\boldsymbol{4x^3-9x^2-x}$

$\boldsymbol{A-B}$
$=(x^3-4x^2-3)-(3x^3-5x^2-x+3)$
$=x^3-4x^2-3-3x^3+5x^2+x-3$
$=(1-3)x^3+(-4+5)x^2+x-3-3$
$=\boldsymbol{-2x^3+x^2+x-6}$

(2) $\boldsymbol{A+B}$
$=(2x^2+y^2)+(-x^2-3xy+y^2)$
$=2x^2+y^2-x^2-3xy+y^2$
$=(2-1)x^2-3xy+(1+1)y^2$
$=\boldsymbol{x^2-3xy+2y^2}$

$\boldsymbol{A-B}$
$=(2x^2+y^2)-(-x^2-3xy+y^2)$
$=2x^2+y^2+x^2+3xy-y^2$
$=(2+1)x^2+3xy+(1-1)y^2$
$=\boldsymbol{3x^2+3xy}$

問7 (1) $A+3B$
$=(3x^2+2x+1)+3(-x^2+3x-5)$
$=3x^2+2x+1-3x^2+9x-15$
$=(3-3)x^2+(2+9)x+1-15$
$=\boldsymbol{11x-14}$

(2) $2A-B$
$=2(3x^2+2x+1)-(-x^2+3x-5)$
$=6x^2+4x+2+x^2-3x+5$
$=(6+1)x^2+(4-3)x+2+5$
$=\boldsymbol{7x^2+x+7}$

(3) $5(A-B)-3A$
$=5A-5B-3A$
$=2A-5B$
$=2(3x^2+2x+1)-5(-x^2+3x-5)$
$=6x^2+4x+2+5x^2-15x+25$
$=(6+5)x^2+(4-15)x+2+25$
$=\boldsymbol{11x^2-11x+27}$

教科書 P.9

問8 (1) $a^6\times a^2=a^{6+2}=\boldsymbol{a^8}$

(2) $(ab^3)^3=a^3(b^3)^3=a^3b^{3\times3}=\boldsymbol{a^3b^9}$

(3) $(x^3)^5\times x^2=x^{3\times5}\times x^2=x^{15+2}=\boldsymbol{x^{17}}$

(4) $x^3\times(x^2y^3)^4\times y^2$
$=x^3\times(x^2)^4\times(y^3)^4\times y^2$
$=x^3\times x^{2\times4}\times y^{3\times4}\times y^2$
$=x^{3+8}\times y^{12+2}$
$=\boldsymbol{x^{11}y^{14}}$

問9 (1) $2a^3\times\dfrac{1}{4}a^4=2\times\dfrac{1}{4}\times a^3a^4=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}a^7}$

(2) $4a^2b^4\times(-a^6b)$
$=4\times(-1)\times a^2a^6b^4b$
$=\boldsymbol{-4a^8b^5}$

(3) $(-3x^2)^4\times(x^3)^2$
$=(-3)^4(x^2)^4\times x^6$
$=(-3)^4\times x^8x^6$
$=\boldsymbol{81x^{14}}$

(4) $64x^3y\times\left(\dfrac{1}{2}xy^2\right)^5$
$=64x^3y\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^5x^5(y^2)^5$
$=64\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\times x^3x^5yy^{10}$
$=\boldsymbol{2x^8y^{11}}$

教科書 P.10

問10 (1) $3x(2x-7)$
$=3x\cdot2x+3x\cdot(-7)$
$=\boldsymbol{6x^2-21x}$

(2) $(3x^2-2x+1)\times5x^3$

$= 3x^2 \cdot 5x^3 - 2x \cdot 5x^3 + 1 \cdot 5x^3$
$= \mathbf{15x^5 - 10x^4 + 5x^3}$

(3) $-4xy(2x^2 - xy + y^2)$
$= -4xy \cdot 2x^2 - 4xy \cdot (-xy) - 4xy \cdot y^2$
$= \mathbf{-8x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3}$

問 11 (1) $(x+6)(2x+3)$
$= x(2x+3) + 6(2x+3)$
$= 2x^2 + 3x + 12x + 18$
$= 2x^2 + (3+12)x + 18$
$= \mathbf{2x^2 + 15x + 18}$

(2) $(5x-4)(3x+7)$
$= 5x(3x+7) - 4(3x+7)$
$= 15x^2 + 35x - 12x - 28$
$= 15x^2 + (35-12)x - 28$
$= \mathbf{15x^2 + 23x - 28}$

(3) $(x+4)(2x^2 - 8x + 5)$
$= x(2x^2 - 8x + 5) + 4(2x^2 - 8x + 5)$
$= 2x^3 - 8x^2 + 5x + 8x^2 - 32x + 20$
$= 2x^3 + (-8+8)x^2 + (5-32)x + 20$
$= \mathbf{2x^3 - 27x + 20}$

(4) $(2x-7)(4x^2 - 2x + 3)$
$= 2x(4x^2 - 2x + 3) - 7(4x^2 - 2x + 3)$
$= 8x^3 - 4x^2 + 6x - 28x^2 + 14x - 21$
$= 8x^3 + (-4-28)x^2 + (6+14)x - 21$
$= \mathbf{8x^3 - 32x^2 + 20x - 21}$

教科書 P.11

問 12 (1) $(3x+y)^2$
$= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2$
$= \mathbf{9x^2 + 6xy + y^2}$

(2) $(8x-3y)^2$
$= (8x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 3y + (3y)^2$
$= \mathbf{64x^2 - 48xy + 9y^2}$

(3) $(6x+5y)(6x-5y)$
$= (6x)^2 - (5y)^2$
$= \mathbf{36x^2 - 25y^2}$

(4) $(x+2)(x-7)$
$= x^2 + (2-7)x + 2 \cdot (-7)$
$= \mathbf{x^2 - 5x - 14}$

問 13 (1) $(2x+1)(5x+2)$
$= 2 \cdot 5x^2 + (2 \cdot 2 + 1 \cdot 5)x + 1 \cdot 2$
$= \mathbf{10x^2 + 9x + 2}$

(2) $(3x-4)(2x+5)$
$= 3 \cdot 2x^2 + (3 \cdot 5 - 4 \cdot 2)x - 4 \cdot 5$
$= \mathbf{6x^2 + 7x - 20}$

教科書 P.12

問 14 (1) $(x-3y)(4x-y)$
$= 4x^2 + \{1 \cdot (-1) - 3 \cdot 4\}xy - 3 \cdot (-1)y^2$
$= \mathbf{4x^2 - 13xy + 3y^2}$

(2) $(4x+y)(3x-2y)$
$= 4 \cdot 3x^2 + \{4 \cdot (-2) + 1 \cdot 3\}xy + 1 \cdot (-2)y^2$
$= \mathbf{12x^2 - 5xy - 2y^2}$

問 15 (1) $(a+b)(a+b-5)$
$= (a+b)\{(a+b) - 5\}$
$= (a+b)^2 - 5(a+b)$
$= \mathbf{a^2 + 2ab + b^2 - 5a - 5b}$

(2) $(a-b+3)(a-b-7)$
$= \{(a-b)+3\}\{(a-b)-7\}$
$= (a-b)^2 - 4(a-b) - 21$
$= \mathbf{a^2 - 2ab + b^2 - 4a + 4b - 21}$

(3) $(x-y-z)(x+y-z)$
$= \{(x-z) - y\}\{(x-z) + y\}$
$= (x-z)^2 - y^2$
$= \mathbf{x^2 - 2xz + z^2 - y^2}$

(4) $(x+y-z)(x-y+z)$
$= \{x + (y-z)\}\{x - (y-z)\}$
$= x^2 - (y-z)^2$
$= x^2 - (y^2 - 2yz + z^2)$
$= \mathbf{x^2 - y^2 + 2yz - z^2}$

問 16 (1) $(a+b-c)^2$
$= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot (-c)$
$+ 2 \cdot (-c) \cdot a$
$= \mathbf{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca}$

(2) $(a-b-c)^2$
$= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot (-b)$
$+ 2 \cdot (-b) \cdot (-c) + 2 \cdot (-c) \cdot a$
$= \mathbf{a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca}$

(3) $(x-2y+3z)^2$
$= x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2 \cdot x \cdot (-2y)$
$+ 2 \cdot (-2y) \cdot 3z + 2 \cdot 3z \cdot x$
$= \mathbf{x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx}$

教科書 P.13

問 17 ① $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$
$= \{(x+2)(x+3)\}\{(x-2)(x-3)\}$
$= (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 5x + 6)$
$= \{(x^2+6) + 5x\}\{(x^2+6) - 5x\}$
$= (x^2+6)^2 - 25x^2$
$= x^4 + 12x^2 + 36 - 25x^2$
$= \mathbf{x^4 - 13x^2 + 36}$

② $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$
$= \{(x+2)(x-3)\}\{(x+3)(x-2)\}$
$= (x^2 - x - 6)(x^2 + x - 6)$
$= \{(x^2-6) - x\}\{(x^2-6) + x\}$
$= (x^2-6)^2 - x^2$
$= x^4 - 12x^2 + 36 - x^2$
$= \mathbf{x^4 - 13x^2 + 36}$

問 18 (1) $(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$
$= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+5)(x-5)\}$
$= (x^2-4)(x^2-25)$
$= \mathbf{x^4 - 29x^2 + 100}$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
$= \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}$
$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6)$

$= \{(x^2+5x)+4\}\{(x^2+5x)+6\}$
$= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$
$= x^4+10x^3+25x^2+10x^2+50x+24$
$= \boldsymbol{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}$

(3)　$(a+2b)^2(a-2b)^2$
$= \{(a+2b)(a-2b)\}^2$
$= (a^2-4b^2)^2$
$= \boldsymbol{a^4-8a^2b^2+16b^4}$

(4)　$(2x-3y)^2(2x+3y)^2$
$= \{(2x-3y)(2x+3y)\}^2$
$= (4x^2-9y^2)^2$
$= \boldsymbol{16x^4-72x^2y^2+81y^4}$

問 19　$(a^2+1)(a+1)(a-1)$
$= (a^2+1)(a^2-1)$
$= (a^2)^2-1$
$= \boldsymbol{a^4-1}$

3 因数分解

教科書 P.14

問 20 (1)　$9a^2b-6ac = 3a\cdot 3ab-3a\cdot 2c$
$= \boldsymbol{3a(3ab-2c)}$

(2)　$3xyz^2+xy = xy\cdot 3z^2+xy\cdot 1$
$= \boldsymbol{xy(3z^2+1)}$

(3)　$3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$
$= 3a^2b^2\cdot a-3a^2b^2\cdot 2b+3a^2b^2\cdot 4c$
$= \boldsymbol{3a^2b^2(a-2b+4c)}$

問 21 (1)　$(x+5y)y-(x+5y)z$
$= \boldsymbol{(x+5y)(y-z)}$

(2)　$4x(y-2)+y-2 = 4x(y-2)+(y-2)$
$= \boldsymbol{(4x+1)(y-2)}$

(3)　$(3a-b)x-3a+b$
$= (3a-b)x-(3a-b)$
$= \boldsymbol{(3a-b)(x-1)}$

(4)　$a(b-c)-2c+2b$
$= a(b-c)+(2b-2c)$
$= a(b-c)+2(b-c)$
$= \boldsymbol{(a+2)(b-c)}$

教科書 P.15

問 22 (1)　$16x^2+8x+1 = (4x)^2+2\cdot 4x\cdot 1+1^2$
$= \boldsymbol{(4x+1)^2}$

(2)　$4x^2-28xy+49y^2$
$= (2x)^2-2\cdot 2x\cdot 7y+(7y)^2$
$= \boldsymbol{(2x-7y)^2}$

(3)　$64x^2-81y^2 = (8x)^2-(9y)^2$
$= \boldsymbol{(8x+9y)(8x-9y)}$

(4)　$x^2+13x-30$
$= x^2+\{(-2)+15\}x+(-2)\cdot 15$
$= \boldsymbol{(x-2)(x+15)}$

問 23 (1)　$25x^4-4x^2y^2$
$= x^2(25x^2-4y^2)$
$= x^2\{(5x)^2-(2y)^2\}$
$= \boldsymbol{x^2(5x+2y)(5x-2y)}$

(2)　$ax^2+12ax+36a$
$= a(x^2+12x+36)$
$= \boldsymbol{a(x+6)^2}$

(3)　x^3-2x^2-48x
$= x(x^2-2x-48)$
$= \boldsymbol{x(x+6)(x-8)}$

(4)　$(a-b)x^2+(b-a)y^2$
$= (a-b)x^2-(a-b)y^2$
$= (a-b)(x^2-y^2)$
$= \boldsymbol{(a-b)(x+y)(x-y)}$

教科書 P.16

問 24 (1)　$2x^2+3x+1 = \boldsymbol{(x+1)(2x+1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 1 & \longrightarrow & 2 \\ 2 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & 3 \end{array}$$

(2)　$3x^2-5x-2 = \boldsymbol{(x-2)(3x+1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -2 & \longrightarrow & -6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(3)　$5x^2+7x-6 = \boldsymbol{(x+2)(5x-3)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2 & \longrightarrow & 10 \\ 5 & & -3 & \longrightarrow & \underline{-3} \\ & & & & 7 \end{array}$$

(4)　$8x^2+6x-5 = \boldsymbol{(2x-1)(4x+5)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -1 & \longrightarrow & -4 \\ 4 & & 5 & \longrightarrow & \underline{10} \\ & & & & 6 \end{array}$$

(5)　$6x^2-5x-6 = \boldsymbol{(2x-3)(3x+2)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & 2 & \longrightarrow & \underline{4} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(6)　$4x^2-16x+15 = \boldsymbol{(2x-3)(2x-5)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & -5 & \longrightarrow & \underline{-10} \\ & & & & -16 \end{array}$$

教科書 P.17

問 25 (1)　$7x^2+11xy+4y^2 = \boldsymbol{(x+y)(7x+4y)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & y & \longrightarrow & 7y \\ 7 & & 4y & \longrightarrow & \underline{4y} \\ & & & & 11y \end{array}$$

(2)　$12x^2-xy-6y^2 = \boldsymbol{(3x+2y)(4x-3y)}$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2y & \longrightarrow & 8y \\ 4 & & -3y & \longrightarrow & \underline{-9y} \\ & & & & -y \end{array}$$

問 26 (1)　$(a+4b)^2-b^2$
$= \{(a+4b)+b\}\{(a+4b)-b\}$

$= \boldsymbol{(a+5b)(a+3b)}$

(2) $9x^2-(y-z)^2$

$= (3x)^2-(y-z)^2$

$= \{3x+(y-z)\}\{3x-(y-z)\}$

$= \boldsymbol{(3x+y-z)(3x-y+z)}$

(3) $(x-y)^2+4(x-y)-45$

$= \{(x-y)-5\}\{(x-y)+9\}$

$= \boldsymbol{(x-y-5)(x-y+9)}$

(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$

$= (2a+b)\{(2a+b)-9\}+20$

$= (2a+b)^2-9(2a+b)+20$

$= \{(2a+b)-4\}\{(2a+b)-5\}$

$= \boldsymbol{(2a+b-4)(2a+b-5)}$

教科書 P.18

問 27 (1) $4xy^2-4y^2-x+1$

$= (4y^2-1)x-(4y^2-1)$

$= (4y^2-1)(x-1)$

$= \boldsymbol{(2y+1)(2y-1)(x-1)}$

(2) $a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$

$= (a^2-9b^2)c+(a^3-9ab^2)$

$= (a^2-9b^2)c+a(a^2-9b^2)$

$= (a^2-9b^2)(a+c)$

$= \boldsymbol{(a+3b)(a-3b)(a+c)}$

問 28 $2x^2+7xy+6y^2+3x+5y+1$

$= 6y^2+(7x+5)y+(2x^2+3x+1)$

$= 6y^2+(7x+5)y+(2x+1)(x+1)$

$= \{2y+(x+1)\}\{3y+(2x+1)\}$

$= \boldsymbol{(x+2y+1)(2x+3y+1)}$

$$\begin{array}{ccrcr} 2 & \diagup\!\!\!\!\diagdown & x+1 & \longrightarrow & 3x+3 \\ 3 & & 2x+1 & \longrightarrow & \underline{4x+2} \\ & & & & 7x+5 \end{array}$$

問 29 (1) $2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$

$= 2x^2+(5y-5)x+(2y^2-y-3)$

$= 2x^2+(5y-5)x+(y+1)(2y-3)$

$= \{x+(2y-3)\}\{2x+(y+1)\}$

$= \boldsymbol{(x+2y-3)(2x+y+1)}$

$$\begin{array}{ccrcr} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown & 2y-3 & \longrightarrow & 4y-6 \\ 2 & & y+1 & \longrightarrow & \underline{y+1} \\ & & & & 5y-5 \end{array}$$

(2) $2x^2-xy-y^2+5x+y+2$

$= 2x^2+(-y+5)x-(y^2-y-2)$

$= 2x^2+(-y+5)x-(y-2)(y+1)$

$= \{x-(y-2)\}\{2x+(y+1)\}$

$= \boldsymbol{(x-y+2)(2x+y+1)}$

$$\begin{array}{ccrcr} 1 & \diagup\!\!\!\!\diagdown & -(y-2) & \longrightarrow & -2y+4 \\ 2 & & y+1 & \longrightarrow & \underline{y+1} \\ & & & & -y+5 \end{array}$$

教科書 P.19

問 30 $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$

$= (b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+(b^2c+bc^2)$

$= (b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$= (b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$= (b+c)(a+b)(a+c)$

$= \boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

問 題

教科書 P.20

1 2つの多項式を A，B とおくと

$A+B=6x^3+2x^2-3x-4$ ……①

$A-B=2x^3-6x^2+3x+12$ ……②

①＋② より　$2A=8x^3-4x^2+8$

したがって　$A=4x^3-2x^2+4$

①－② より　$2B=4x^3+8x^2-6x-16$

したがって　$B=2x^3+4x^2-3x-8$

すなわち，2つの多項式は

$\boldsymbol{4x^3-2x^2+4}$，$\boldsymbol{2x^3+4x^2-3x-8}$

2 (1) $(3x-1)(x^2+7x-5)$

$= 3x(x^2+7x-5)-(x^2+7x-5)$

$= 3x^3+21x^2-15x-x^2-7x+5$

$= 3x^3+(21-1)x^2+(-15-7)x+5$

$= \boldsymbol{3x^3+20x^2-22x+5}$

(2) $(x+2)(2x-3x^2+1)$

$= (x+2)(-3x^2+2x+1)$

$= x(-3x^2+2x+1)+2(-3x^2+2x+1)$

$= -3x^3+2x^2+x-6x^2+4x+2$

$= -3x^3+(2-6)x^2+(1+4)x+2$

$= \boldsymbol{-3x^3-4x^2+5x+2}$

(3) $(x^2-x+1)^2$

$= (x^2)^2+(-x)^2+1^2+2\cdot x^2\cdot(-x)$

$+2\cdot(-x)\cdot 1+2\cdot 1\cdot x^2$

$= x^4+x^2+1-2x^3-2x+2x^2$

$= \boldsymbol{x^4-2x^3+3x^2-2x+1}$

(4) $\left(a-2b-\dfrac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\dfrac{1}{2}c\right)$

$= \left\{a-\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)\right\}\left\{a+\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)\right\}$

$= a^2-\left(2b+\dfrac{1}{2}c\right)^2$

$= a^2-\left(4b^2+2bc+\dfrac{1}{4}c^2\right)$

$= \boldsymbol{a^2-4b^2-\dfrac{1}{4}c^2-2bc}$

(5) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$

$= \{(x-1)(x+6)\}\{(x-2)(x+3)\}$

$= (x^2+5x-6)(x^2+x-6)$

$= \{(x^2-6)+5x\}\{(x^2-6)+x\}$

$= (x^2-6)^2+6x(x^2-6)+5x^2$

$= x^4-12x^2+36+6x^3-36x+5x^2$

$= \boldsymbol{x^4+6x^3-7x^2-36x+36}$

(6) $(x+y)^2-(x-y)^2-4xy$

$= (x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)-4xy$

$= x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2-4xy$

$= \mathbf{0}$

〔別解〕

$(x+y)^2-(x-y)^2-4xy$

$=\{(x+y)+(x-y)\}\{(x+y)-(x-y)\}-4xy$

$= 2x\cdot 2y-4xy$

$= 0$

3 (1) $3(A+2B)-2(3B+C)$

$= 3A+6B-6B-2C$

$= 3A-2C$

$= 3(x^2+3xy+2y^2)-2(x^2+2xy-y^2)$

$= (3-2)x^2+(9-4)xy+(6+2)y^2$

$= \boldsymbol{x^2+5xy+8y^2}$

(2) $AC+BC$

$= (A+B)C$

$= \{(x^2+3xy+2y^2)+(-x^2-2y^2)\}\cdot(x^2+2xy-y^2)$

$= 3xy(x^2+2xy-y^2)$

$= \boldsymbol{3x^3y+6x^2y^2-3xy^3}$

4 (1) $4x^3-18x^2-10x$

$= 2x(2x^2-9x-5)$

$= \boldsymbol{2x(2x+1)(x-5)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 1 & \longrightarrow & 1 \\ 1 & & -5 & \longrightarrow & -10 \\ \hline & & & & -9 \end{array}$$

(2) $8a^2-2ab-3b^2$

$= \boldsymbol{(2a+b)(4a-3b)}$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & b & \longrightarrow & 4b \\ 4 & & -3b & \longrightarrow & -6b \\ \hline & & & & -2b \end{array}$$

(3) $(x-3)^2+3-x$

$= (x-3)^2-(x-3)$

$= (x-3)\{(x-3)-1\}$

$= \boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

(4) $(x-y)^2-(2x-y)^2$

$= \{(x-y)+(2x-y)\}\{(x-y)-(2x-y)\}$

$= (3x-2y)(-x)$

$= \boldsymbol{-x(3x-2y)}$

(5) $4ab^2-a+2b-1$

$= (4b^2-1)a+(2b-1)$

$= (2b+1)(2b-1)a+(2b-1)$

$= (2b-1)\{(2b+1)a+1\}$

$= \boldsymbol{(2b-1)(2ab+a+1)}$

(6) $x^2-(a-1)x-a$

$= x^2-ax+x-a$

$= -(x+1)a+(x^2+x)$

$= -(x+1)a+x(x+1)$

$= \boldsymbol{(x+1)(x-a)}$

(7) $6x^2+7xy+2y^2-x-y-1$

$= 6x^2+(7y-1)x+(2y^2-y-1)$

$= 6x^2+(7y-1)x+(y-1)(2y+1)$

$= \{3x+(2y+1)\}\{2x+(y-1)\}$

$= \boldsymbol{(3x+2y+1)(2x+y-1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 2y+1 & \longrightarrow & 4y+2 \\ 2 & & y-1 & \longrightarrow & 3y-3 \\ \hline & & & & 7y-1 \end{array}$$

(8) $a^3-ab^2+b^2c-a^2c$

$= a(a^2-b^2)-(a^2-b^2)c$

$= (a^2-b^2)(a-c)$

$= \boldsymbol{(a+b)(a-b)(a-c)}$

5 $A=ax^2+bx+c,\ B=dx^3+ex^2+fx+g$ とおく。ただし，$a \neq 0,\ d \neq 0$ とする。

(1) $AB=(ax^2+bx+c)(dx^3+ex^2+fx+g)$

$= adx^5+(ae+bd)x^4+(af+be+cd)x^3+(ag+bf+ce)x^2+(bg+cf)x+cg$

$a \neq 0,\ d \neq 0$ より $ad \neq 0$ であるから，AB は x について **5 次式**

(2) $A+B=(ax^2+bx+c)+(dx^3+ex^2+fx+g)$

$= dx^3+(a+e)x^2+(b+f)x+(c+g)$

$d \neq 0$ であるから，$A+B$ は x について **3 次式**

6 例 20 では

$\begin{cases} a=1 \\ c=3 \end{cases}$ のとき $\begin{cases} b=-1 \\ d=5 \end{cases}$

として

$3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$ ……①

と因数分解することができた。

また，$\begin{cases} a=3 \\ c=1 \end{cases}$ のときは $\begin{cases} b=5 \\ d=-1 \end{cases}$ とすれば

$ad+bc=2$

となり

$3x^2+2x-5=(3x+5)(x-1)$ ……②

と因数分解することができる。

② の右辺は因数の順序は異なるが ① と同じ式である。

また，$\begin{cases} a=-1 \\ c=-3 \end{cases}$ のときは，$\begin{cases} b=1 \\ d=-5 \end{cases}$ とすれば

$ad+bc=2$ となり

$3x^2+2x-5=(-x+1)(-3x-5)$ ……③

と因数分解できる。この右辺の因数のそれぞれから -1 をくくり出すと

$3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$

となり，① と同じ式になる。

また，$\begin{cases} a=-3 \\ c=-1 \end{cases}$ のときは，因数の順序は異なるが ③ と同じ式になる。すなわち，① と同じ式になる。

したがって，すべて同じ式になるから，$\begin{cases} a=1 \\ c=3 \end{cases}$ の場合だけを考えればよい。

参考　複 2 次式の因数分解

教科書 P.21

問 1　(1)　$x^2=X$ とおくと

$$
\begin{aligned}
&x^4-13x^2+36\\
&=X^2-13X+36\\
&=(X-4)(X-9)\\
&=(x^2-4)(x^2-9)\\
&=\boldsymbol{(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}
\end{aligned}
$$

(2)　$x^2=X$ とおくと

$$
\begin{aligned}
&8x^4+10x^2-3\\
&=8X^2+10X-3\\
&=(4X-1)(2X+3)\\
&=(4x^2-1)(2x^2+3)\\
&=\boldsymbol{(2x+1)(2x-1)(2x^2+3)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
4 & \diagdown\!\!\!\diagup & -1 & \longrightarrow & -2\\
2 & \diagup\!\!\!\diagdown & 3 & \longrightarrow & 12\\
\hline
 & & & & 10
\end{array}
$$

問 2　(1)　x^4+x^2+1

$$
\begin{aligned}
&=(x^4+2x^2+1)-x^2\\
&=(x^2+1)^2-x^2\\
&=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}\\
&=\boldsymbol{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}
\end{aligned}
$$

(2)　$9x^4-7x^2+1$

$$
\begin{aligned}
&=(9x^4-6x^2+1)-x^2\\
&=(3x^2-1)^2-x^2\\
&=\{(3x^2-1)+x\}\{(3x^2-1)-x\}\\
&=\boldsymbol{(3x^2+x-1)(3x^2-x-1)}
\end{aligned}
$$

発展　3 次式の乗法公式と因数分解

教科書 P.22

問 1　$\boxed{1}$

$$
\begin{aligned}
(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)\\
&=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\
&=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b\\
&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\
&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
\end{aligned}
$$

$\boxed{2}$

$$
\begin{aligned}
(a-b)^3&=(a-b)^2(a-b)\\
&=(a^2-2ab+b^2)(a-b)\\
&=(a^2-2ab+b^2)a-(a^2-2ab+b^2)b\\
&=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3\\
&=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3
\end{aligned}
$$

問 2　(1)　$(x+1)^3$

$$
\begin{aligned}
&=x^3+3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2+1^3\\
&=\boldsymbol{x^3+3x^2+3x+1}
\end{aligned}
$$

(2)　$(2x-y)^3$

$$
\begin{aligned}
&=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3\\
&=\boldsymbol{8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3}
\end{aligned}
$$

問 3　$\boxed{3}$　$(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$$
\begin{aligned}
&=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)\\
&=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3\\
&=a^3+b^3
\end{aligned}
$$

$\boxed{4}$　$(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$$
\begin{aligned}
&=a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)\\
&=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3\\
&=a^3-b^3
\end{aligned}
$$

問 4　(1)　x^3+125

$$
\begin{aligned}
&=x^3+5^3\\
&=(x+5)(x^2-x\cdot 5+5^2)\\
&=\boldsymbol{(x+5)(x^2-5x+25)}
\end{aligned}
$$

(2)　$64x^3-27y^3$

$$
\begin{aligned}
&=(4x)^3-(3y)^3\\
&=(4x-3y)\{(4x)^2+4x\cdot 3y+(3y)^2\}\\
&=\boldsymbol{(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)}
\end{aligned}
$$

2 節　実数

1　実数

教科書 P.23

問 1　(1)　$2.04=\dfrac{204}{100}=\boldsymbol{\dfrac{51}{25}}$

(2)　$0.625=\dfrac{625}{1000}=\boldsymbol{\dfrac{5}{8}}$

問 2　(1)　$\dfrac{7}{18}=0.3888\cdots=\boldsymbol{0.3\dot{8}}$

(2)　$\dfrac{2}{11}=0.1818\cdots=\boldsymbol{0.\dot{1}\dot{8}}$

(3)　$\dfrac{7}{55}=0.12727\cdots=\boldsymbol{0.1\dot{2}\dot{7}}$

(4)　$\dfrac{48}{37}=1.297297\cdots=\boldsymbol{1.\dot{2}9\dot{7}}$

教科書 P.24

問 3　(1)　$r=0.\dot{1}\dot{2}$ とおく。

$100r$ と r との差を考えると

$$
\begin{array}{rrl}
 & 100r &= 12.121212\cdots\\
-) & r &= 0.121212\cdots\\
\hline
 & 99r &= 12
\end{array}
$$

上の計算より

$$r=\frac{12}{99}=\boldsymbol{\frac{4}{33}}$$

(2)　$r=0.1\dot{2}$ とおく。

$10r$ と r との差を考えると

$$
\begin{array}{rrl}
 & 10r &= 1.222\cdots\\
-) & r &= 0.122\cdots\\
\hline
 & 9r &= 1.1
\end{array}
$$

上の計算より

$$r=\frac{1.1}{9}=\boldsymbol{\frac{11}{90}}$$

(3)　$r=1.\dot{2}3\dot{4}$ とおく。

$1000r$ と r との差を考えると

$$
\begin{array}{rrl}
 & 1000r &= 1234.234234\cdots\\
-) & r &= 1.234234\cdots\\
\hline
 & 999r &= 1233
\end{array}
$$

上の計算より

$$r=\frac{1233}{999}=\boldsymbol{\frac{137}{111}}$$

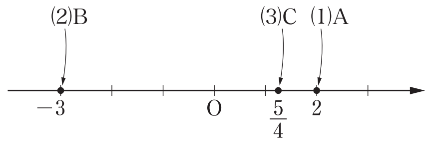
教科書 P.25

問 4　有理数は　$\boldsymbol{\dfrac{1}{7}}$,　$\boldsymbol{0.2\dot{3}}$,　$\boldsymbol{\sqrt{25}}$

無理数は　$\boldsymbol{2\pi}$，　$\boldsymbol{\sqrt{7}}$

教科書 P.26

問 5



問 6　(1)　$|2.5| = \mathbf{2.5}$

(2)　$\left|-\dfrac{1}{3}\right| = \boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

(3)　$|-\pi| = \boldsymbol{\pi}$

教科書 P.27

問 7　(1)　$|-4+3| = |-1| = -(-1) = \mathbf{1}$

(2)　$\left|\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right| = \left|\dfrac{1}{12}\right| = \boldsymbol{\dfrac{1}{12}}$

(3)　$1-\sqrt{3}<0$ であるから

$|1-\sqrt{3}| = -(1-\sqrt{3}) = \boldsymbol{-1+\sqrt{3}}$

問 8　(1)　$\mathrm{AB} = |5-2| = |3| = \mathbf{3}$

(2)　$\mathrm{AB} = |5-(-2)| = |7| = \mathbf{7}$

(3)　$\mathrm{AB} = |(-9)-(-3)| = |-6| = \mathbf{6}$

問 9　$a=-2$ のとき

$|-a| = |2| = 2,\quad |a| = |-2| = 2$

であるから，$\boxed{2}$ が成り立つ。

また

$|a|^2 = |-2|^2 = 2^2 = 4$

$a^2 = (-2)^2 = 4$

であるから，$\boxed{3}$ が成り立つ。

問 10　$a=-3$，$b=2$ のとき

$|ab| = |(-3)\cdot 2| = |-6| = 6$

$|a||b| = |-3|\cdot|2| = 3\cdot 2 = 6$

であるから，$\boxed{4}$ が成り立つ。

また

$\left|\dfrac{a}{b}\right| = \left|\dfrac{-3}{2}\right| = \left|-\dfrac{3}{2}\right| = \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{|a|}{|b|} = \dfrac{|-3|}{|2|} = \dfrac{3}{2}$

であるから，$\boxed{5}$ が成り立つ。

2 | 根号を含む式の計算

教科書 P.28

問 11　(1)　$\boldsymbol{\sqrt{17}}$ **と** $\boldsymbol{-\sqrt{17}}$

(2)　**5 と −5**

(3)　**12**

問 12　$a-1<0$ であるから

$\sqrt{a^2-2a+1} = \sqrt{(a-1)^2} = |a-1|$

$= -(a-1) = \boldsymbol{-a+1}$

教科書 P.29

問 13　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ を 2 乗すると

$\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \dfrac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \dfrac{a}{b}$

ここで，$\sqrt{a}>0$，$\sqrt{b}>0$ であるから

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}>0$

よって，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ は $\dfrac{a}{b}$ の正の平方根である。

したがって，$\boxed{2}$ が成り立つ。

問 14　(1)　$\sqrt{24} = \sqrt{2^2\cdot 6} = \boldsymbol{2\sqrt{6}}$

(2)　$\sqrt{1700} = \sqrt{10^2\cdot 17} = \boldsymbol{10\sqrt{17}}$

(3)　$\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{72}$

$= 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$= \boldsymbol{-\sqrt{2}}$

(4)　$\sqrt{20}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{5}{9}}+\sqrt{50}$

$= 2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

$= \boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{5}}{3}+2\sqrt{2}}$

教科書 P.30

問 15　(1)　$(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$

$= (\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2$

$= 7-3$

$= \mathbf{4}$

(2)　$(\sqrt{6}-\sqrt{10})^2$

$= (\sqrt{6})^2-2\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}+(\sqrt{10})^2$

$= 6-2\sqrt{60}+10$

$= \boldsymbol{16-4\sqrt{15}}$

問 16　(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{28}} = \dfrac{1}{2\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}}{14}}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{22}}{11}}$

(3)　$\dfrac{3}{\sqrt{15}} = \dfrac{3\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}} = \dfrac{3\sqrt{15}}{15} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{15}}{5}}$

問 17　(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}$

$= \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6-3}$

$= \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$= \dfrac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}\sqrt{2}}{3-2}$

$= \boldsymbol{3+\sqrt{6}}$

(3)　$\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \dfrac{(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$= \dfrac{3^2+2\cdot 3\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{9-5}$

$$= \frac{14+6\sqrt{5}}{4}$$

$$= \mathbf{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$$

教科書 P.31

問 18 $x = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$

$y = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

(1) $x+y = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} + \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$= \boldsymbol{\sqrt{7}}$

(2) $xy = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$= \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2 \cdot 2}$

$= \dfrac{7-5}{4}$

$= \boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

(3) $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

であるから，(1)，(2) より

$(x+y)^2 - 2xy = (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \dfrac{1}{2}$

$= \mathbf{6}$

(4) $x^2y + xy^2 = xy(x+y)$

であるから，(1)，(2) より

$xy(x+y) = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{7}$

$= \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}}{2}}$

〔別解〕

(1)，(2) は次のように計算してもよい。

$x+y = \dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$= \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$

$= \dfrac{2\sqrt{7}}{7-5} = \sqrt{7}$

$xy = \dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$= \dfrac{1}{7-5} = \dfrac{1}{2}$

発展　x^3+y^3 の値

教科書 P.32

問 1 $x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= (\sqrt{7})^3 - 3 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{7}$

$= 7\sqrt{7} - \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

$= \boldsymbol{\dfrac{11\sqrt{7}}{2}}$

教科書 P.33

問 19 $3^2 < 10 < 4^2$ より，$3 < \sqrt{10} < 4$ であるから，$\sqrt{10}$ を超えない最大の整数は 3 である。

したがって，$\sqrt{10}$ の **整数部分は 3，小数部分は $\boldsymbol{\sqrt{10}-3}$** である。

問 20 $x = \dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ とおく。x の分母を有理化すると

$x = \dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{5}+1$

ここで，$2^2 < 5 < 3^2$ より，$2 < \sqrt{5} < 3$ であるから，$\sqrt{5}$ の整数部分は 2 である。

よって，x の整数部分は

$2+1 = \mathbf{3}$

また，x の小数部分は

$x-3 = (\sqrt{5}+1)-3 = \boldsymbol{\sqrt{5}-2}$

問題

教科書 P.34

7 (1) $3-\pi < 0$ であるから

$|3-\pi| = -(3-\pi) = -3+\pi$

したがって

$|3-\pi|+3 = -3+\pi+3$

$= \boldsymbol{\pi}$

(2) $\sqrt{2}-3<0$ であるから

$|\sqrt{2}-3| = -(\sqrt{2}-3) = -\sqrt{2}+3$

したがって

$1-|\sqrt{2}-3| = 1-(-\sqrt{2}+3)$

$= \boldsymbol{\sqrt{2}-2}$

8 (1) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2-\sqrt{6})$

$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{12} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{18}$

$= 6\sqrt{2} - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$

$= \boldsymbol{-2\sqrt{3}}$

(2) $(1+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

$= 1^2 + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}$

$+ 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 1$

$= 1+3+5+2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}$

$= \boldsymbol{2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}+9}$

(3) $\sqrt{48} - \dfrac{\sqrt{27}}{2} + \dfrac{1}{\sqrt{12}}$

$= 4\sqrt{3} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

$= 4\sqrt{3} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$= \boldsymbol{\dfrac{8\sqrt{3}}{3}}$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{(3+\sqrt{6})-(3-\sqrt{6})}{3-2}$

$=\mathbf{2\sqrt{6}}$

9 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$+\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-2)$

$=\mathbf{-1+\sqrt{5}}$

10 $x=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

$y=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$

より　$x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$x-y=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)=4$

$xy=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=1$

(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{5}\cdot 4=\mathbf{8\sqrt{5}}$

(2) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{(2\sqrt{5})^2-2\cdot 1}{1}=\mathbf{18}$

11 (1) $(2\sqrt{7})^2=28$ である。

$5^2<28<6^2$ より，$5<2\sqrt{7}<6$ であるから，

$2\sqrt{7}$ を超えない最大の整数は 5 である。

したがって，$2\sqrt{7}$ の **整数部分は 5，小数部分は** $\mathbf{2\sqrt{7}-5}$ である。

(2) $x=\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ とおく。x の分母を有理化すると

$x=\dfrac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=3-\sqrt{2}$

ここで，$1^2<2<2^2$ より，$1<\sqrt{2}<2$，すなわち $-2<-\sqrt{2}<-1$ であるから

$3-2<3-\sqrt{2}<3-1$　より　$1<x<2$

である。

したがって，x の **整数部分は　1**

また，x の **小数部分は**

$x-1=(3-\sqrt{2})-1=\mathbf{2-\sqrt{2}}$

12 誤りのある箇所　②

正しい式変形は

$\sqrt{a^2-4ab+4b^2}$

$=\sqrt{(a-2b)^2}$

$=|a-2b|$

13 $\dfrac{1}{7}=0.142857142857\cdots$

$=0.\dot{1}4285\dot{7}$

よって，$\dfrac{1}{7}$ の小数部分は 6 個の数字 142857 を繰り返す。

$100=6\times16+4$ より，小数第 100 位の数字は，142857 の 4 番目の数字で **8**

探究　分母に 3 つの根号を含む式の有理化

教科書 P.35

考察1 $(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ の分母と分子に掛けると

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{6}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}\}}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{(2+2\sqrt{10}+5)-6}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}}$　……①

上の計算のように，$(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を分母と分子に掛けることにより，与えられた式を分母に 2 つの項を含む式に変形することができた。

分母に 2 つの項を含む式は教科書 P.35 の 6 行目の計算から分母を有理化することができる。したがって，分母に 3 つの根号を含む式についても分母を有理化することができる。

(参考)

$1-2\sqrt{10}$ を ① の分母と分子に掛けると

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{(1+2\sqrt{10})(1-2\sqrt{10})}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{1^2-(2\sqrt{10})^2}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{-39}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(2\sqrt{10}-1)}{39}$

考察2 $\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}$

$\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}$

$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$

$=(2+2\sqrt{6}+3)-(5+2\sqrt{30}+6)$

$=-6+2\sqrt{6}-2\sqrt{30}$

であるから，$(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})$ を

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ の分母と分子に掛けることにより，分母に 3 つの項を含む式に変形することができる。分母に 3 つの項を含む式は，考察 1 の結果から，分母を有理化することができる。したがって，分母に 4 つの根号を含む式についても分母を有理化することができる。

(参考)

$$\{(-6+2\sqrt{6})-2\sqrt{30}\}\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}$$
$$=(-6+2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{30})^2$$
$$=(36-24\sqrt{6}+24)-4\cdot 30$$
$$=-60-24\sqrt{6}$$

また

$$(-60-24\sqrt{6})(-60+24\sqrt{6})$$
$$=(-60)^2-(24\sqrt{6})^2$$
$$=3600-3456$$
$$=144$$

であるから

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6}}{-6+2\sqrt{6}-2\sqrt{30}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}}{\{(-6+2\sqrt{6})-2\sqrt{30}\}\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})}{-60-24\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})(-60+24\sqrt{6})}{(-60-24\sqrt{6})(-60+24\sqrt{6})}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})(-60+24\sqrt{6})}{144}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-3+\sqrt{6}+\sqrt{30})(-5+2\sqrt{6})}{6}$$

(補足)

分母と分子に $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を掛けると，与えられた式の分母は

$$\{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{6}\}\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{6}\}$$
$$=(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2$$
$$=(2+3+5+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10})-6$$
$$=4+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10}$$

となるが，計算の前後で分母の項の数に変化はなく，項の数を減らすことができない。したがって，この方法では分母を有理化することは難しい。

発展　二重根号

教科書 P.36

問 1 (1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot 1}}$
$=\boldsymbol{\sqrt{3}+1}$

(2) $\sqrt{6-2\sqrt{8}}=\sqrt{(4+2)-2\sqrt{4\cdot 2}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{2}$
$=\boldsymbol{2-\sqrt{2}}$

(3) $\sqrt{7+\sqrt{24}}=\sqrt{7+2\sqrt{6}}$
$=\sqrt{(6+1)+2\sqrt{6\cdot 1}}$
$=\boldsymbol{\sqrt{6}+1}$

(4) $\sqrt{7-\sqrt{48}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}$
$=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot 3}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}$
$=\boldsymbol{2-\sqrt{3}}$

(5) $\sqrt{11+4\sqrt{7}}=\sqrt{11+2\sqrt{28}}$
$=\sqrt{(7+4)+2\sqrt{7\cdot 4}}$
$=\sqrt{7}+\sqrt{4}$
$=\boldsymbol{\sqrt{7}+2}$

(6) $\sqrt{3-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot 1}}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$
$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}}$

発展　対称式と交代式

教科書 P.37

問 1 文字を入れかえると

① $b^2+a^2=a^2+b^2$

② $b^2-a^2=-(a^2-b^2)$

③ $(b-a)^2=b^2-2ab+a^2=(a-b)^2$

したがって，対称式は ①，③

問 2 $s=a+b$，$t=ab$ を用いると

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\boldsymbol{s^2-2t}$

③ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$=a^2+b^2-2ab=(s^2-2t)-2t$
$=\boldsymbol{s^2-4t}$

問 3 ① $b^3+a^3=a^3+b^3$

② $b^3-a^3=-(a^3-b^3)$

③ $(b-a)^3=\{-(a-b)\}^3=-(a-b)^3$

したがって，交代式は ②，③

3 節 | 1次不等式

1 | 不等式とその性質

教科書 P.38

問 1 $\boldsymbol{3a+4b \leqq 500}$

教科書 P.39

問 2 (1) $a=-4$, $b=2$ のとき，$a<b$ であり

$a+3=-1$, $b+3=5$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-6$, $b-2=0$ より　$a-2<b-2$

したがって，例 2 の結果は正しい。また，

$2a=-8$, $2b=4$ より　$2a<2b$

$\dfrac{a}{2}=-2$, $\dfrac{b}{2}=1$ より　$\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$

したがって，例 3 の結果は正しい。

(2) $a=-10$, $b=-6$ のとき，$a<b$ であり

$a+3=-7$, $b+3=-3$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-12$, $b-2=-8$ より　$a-2<b-2$

したがって，例 2 の結果は正しい。また，

$2a=-20$, $2b=-12$ より　$2a<2b$

$\dfrac{a}{2}=-5$, $\dfrac{b}{2}=-3$ より　$\dfrac{a}{2}<\dfrac{b}{2}$

したがって，例 3 の結果は正しい。

問 3 (1) $a=-6$, $b=4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=12$, $(-2)b=-8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\dfrac{a}{-2}=3$, $\dfrac{b}{-2}=-2$ より

$\dfrac{a}{-2}>\dfrac{b}{-2}$

したがって，例 4 の結果は正しい。

(2) $a=-8$, $b=-4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=16$, $(-2)b=8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\dfrac{a}{-2}=4$, $\dfrac{b}{-2}=2$ より

$\dfrac{a}{-2}>\dfrac{b}{-2}$

したがって，例 4 の結果は正しい。

2 | 1次不等式の解法

教科書 P.40

問 4 $x=1$ のとき　$2x+3=5$

$x=2$ のとき　$2x+3=7$

$x=3$ のとき　$2x+3=9$

$x=4$ のとき　$2x+3=11$

したがって，不等式 ① を満たすものは

$\boldsymbol{x=3,\ 4}$

教科書 P.41

問 5 (1) $x+5>-1$

左辺の 5 を右辺に移項して

$x>-1-5$

整理すると　$\boldsymbol{x>-6}$

(2) $3x-7 \leqq 5$

左辺の -7 を右辺に移項して

$3x \leqq 5+7$

整理すると　$3x \leqq 12$

両辺を 3 で割ると　$\boldsymbol{x \leqq 4}$

(3) $-5x+3>12$

左辺の 3 を右辺に移項して

$-5x>12-3$

整理すると　$-5x>9$

両辺を -5 で割ると　$\boldsymbol{x<-\dfrac{9}{5}}$

問 6 (1) $6x+1<3x+7$

1 を右辺に，$3x$ を左辺に移項して

$6x-3x<7-1$

整理すると　$3x<6$

両辺を 3 で割ると　$\boldsymbol{x<2}$

(2) $17-9x \leqq 2-3x$

17 を右辺に，$-3x$ を左辺に移項して

$-9x+3x \leqq 2-17$

整理すると　$-6x \leqq -15$

両辺を -6 で割ると　$\boldsymbol{x \geqq \dfrac{5}{2}}$

問 7 (1)

$$4(x-1)<-x+6$$
$$4x-4<-x+6$$

整理すると　$5x<10$

両辺を 5 で割ると　$\boldsymbol{x<2}$

(2)

$$3x-2(1-x) \leqq 8+5(2x+1)$$
$$3x-2+2x \leqq 8+10x+5$$

整理すると　$-5x \leqq 15$

両辺を -5 で割ると　$\boldsymbol{x \geqq -3}$

(3) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{2}{3}>\dfrac{5(x-2)}{6}$

両辺に 6 を掛けると

$$3x-4>5(x-2)$$
$$3x-4>5x-10$$

整理すると　$-2x>-6$

両辺を -2 で割ると　$\boldsymbol{x<3}$

(4) $\dfrac{5-3x}{6} \geqq \dfrac{x+8}{4}-x$

両辺に 12 を掛けると

$$2(5-3x) \geqq 3(x+8)-12x$$
$$10-6x \geqq 3x+24-12x$$

整理すると　$3x \geqq 14$

両辺を 3 で割ると　$\boldsymbol{x \geqq \dfrac{14}{3}}$

3 | 不等式の応用

教科書 P.42

問 8 (1) $\begin{cases} 3x+2<x+4 & \cdots\cdots ① \\ 8x+1>6x-5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$3x-x<4-2$

整理すると　$2x<2$

したがって　$x<1$　…… ③

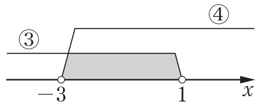
② より　$8x-6x>-5-1$

整理すると　$2x>-6$

したがって　$x>-3$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-3<x<1}$$



(2) $\begin{cases} 6-4x \leqq -2 & \cdots\cdots ① \\ 2x-8<3(4-x) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x \leqq -2-6$

整理すると　$-4x \leqq -8$

したがって　$x \geqq 2$　…… ③

② より　$2x-8<12-3x$

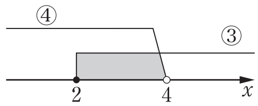
$2x+3x<12+8$

整理すると　$5x<20$

したがって　$x<4$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{2 \leqq x<4}$$



(3) $\begin{cases} x+5 \geqq 3x-1 & \cdots\cdots ① \\ 1-x \leqq 2(x+1) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$x-3x \geqq -1-5$

整理すると　$-2x \geqq -6$

したがって　$x \leqq 3$　…… ③

②より　$1-x \leqq 2x+2$

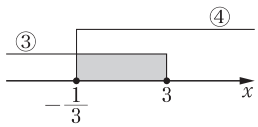
$-x-2x \leqq 2-1$

整理すると　$-3x \leqq 1$

したがって　$x \geqq -\dfrac{1}{3}$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-\frac{1}{3} \leqq x \leqq 3}$$



教科書 P.43

__問 9__ (1) $\begin{cases} -x+4>3x+8 & \cdots\cdots ① \\ 6x-5 \leqq 3x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x>4$

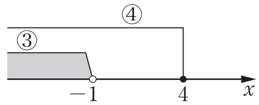
したがって　$x<-1$　…… ③

② より　$3x \leqq 12$

したがって　$x \leqq 4$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{x<-1}$$



(2) $\begin{cases} 5x-9 \leqq 3x+1 & \cdots\cdots ① \\ 2x-12 \leqq -3x+8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$2x \leqq 10$

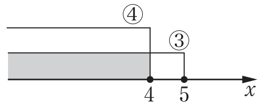
したがって　$x \leqq 5$　…… ③

② より　$5x \leqq 20$

したがって　$x \leqq 4$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{x \leqq 4}$$



__問 10__ $x+4 \leqq -3x-8 \leqq -2x+7$ より

$\begin{cases} x+4 \leqq -3x-8 & \cdots\cdots ① \\ -3x-8 \leqq -2x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$4x \leqq -12$

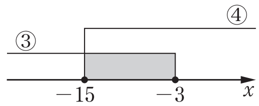
したがって　$x \leqq -3$　…… ③

② より　$-x \leqq 15$

したがって　$x \geqq -15$　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-15 \leqq x \leqq -3}$$



教科書 P.44

__問 11__ チョコレート菓子の個数を x 個とすると，菓子と紙袋の代金の合計について，与えられた条件から次の不等式が成り立つ。

$$120x+80(20-x)+200 \leqq 2100$$

すなわち　$120x+1600-80x+200 \leqq 2100$

整理すると　$40x \leqq 300$

両辺を 40 で割ると

$$x \leqq \frac{15}{2}=7.5$$

この不等式を満たす最大の整数 x は 7 である。

したがって，チョコレート菓子の個数をなるべく多くするには，**チョコレート菓子を 7 個，スナック菓子を 13 個購入すればよい。**

教科書 P.45

__問 12__ (1) 方程式 $|x-2|=4$ の解は

$x-2=\pm 4$ より　$x=2\pm 4$

すなわち　$\boldsymbol{x=6,\ -2}$

(2) 方程式 $|x+7|=4$ の解は

$x+7=\pm 4$ より　$x=-7\pm 4$

すなわち　$\boldsymbol{x=-3,\ -11}$

(3) 方程式 $|5-2x|=1$ の解は

$5-2x=\pm 1$ より　$-2x=-5\pm 1$

すなわち　$-2x=-4,\ -6$

したがって　$\boldsymbol{x=2,\ 3}$

問 13　(1)　不等式 $|2x|<4$ の解は

$$-4<2x<4$$

の各辺を 2 で割って

$$\boldsymbol{-2<x<2}$$

(2)　不等式 $|x+2|\leqq 5$ の解は

$$-5\leqq x+2\leqq 5$$

の各辺から 2 を引いて

$$\boldsymbol{-7\leqq x\leqq 3}$$

(3)　不等式 $|2x-5|>3$ の解は

$$2x-5<-3,\quad 3<2x-5$$

したがって　$2x<2,\quad 8<2x$

すなわち　$\boldsymbol{x<1,\ 4<x}$

参考　絶対値記号を含む方程式・不等式

教科書 P.46

問 1　(1)　$|2x-4|=x+1$　……①

(i)　$2x-4\geqq 0$　すなわち　$x\geqq 2$ のとき

$|2x-4|=2x-4$ であるから，① は

$$2x-4=x+1$$

したがって　$x=5$

これは $x\geqq 2$ を満たす。

(ii)　$2x-4<0$　すなわち　$x<2$ のとき

$|2x-4|=-(2x-4)$ であるから，① は

$$-(2x-4)=x+1$$

したがって　$x=1$

これは $x<2$ を満たす。

(i), (ii) より，方程式 ① の解は

$$\boldsymbol{x=1,\ 5}$$

(2)　$|x+4|=3x$　……①

(i)　$x+4\geqq 0$　すなわち　$x\geqq -4$ のとき

$|x+4|=x+4$ であるから，① は

$$x+4=3x$$

したがって　$x=2$

これは $x\geqq -4$ を満たす。

(ii)　$x+4<0$　すなわち　$x<-4$ のとき

$|x+4|=-(x+4)$ であるから，① は

$$-(x+4)=3x$$

したがって　$x=-1$

これは $x<-4$ を満たさない。

(i), (ii) より，方程式 ① の解は

$$\boldsymbol{x=2}$$

教科書 P.47

問 2　(1)　$|2x-4|\leqq x+1$　……①

(i)　$2x-4\geqq 0$　すなわち　$x\geqq 2$ のとき

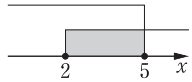
$|2x-4|=2x-4$ であるから，① は

$$2x-4\leqq x+1$$

したがって　$x\leqq 5$

これと $x\geqq 2$ との共通の範囲は

$$2\leqq x\leqq 5\quad ……②$$



(ii)　$2x-4<0$　すなわち　$x<2$ のとき

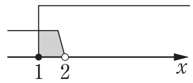
$|2x-4|=-(2x-4)$ であるから，① は

$$-(2x-4)\leqq x+1$$

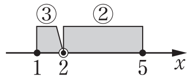
したがって　$x\geqq 1$

これと $x<2$ との共通の範囲は

$$1\leqq x<2\quad ……③$$



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{1\leqq x\leqq 5}$



(2)　$|3x-6|>x+2$　……①

(i)　$3x-6\geqq 0$　すなわち　$x\geqq 2$ のとき

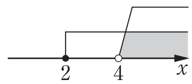
$|3x-6|=3x-6$ であるから，① は

$$3x-6>x+2$$

したがって　$x>4$

これと $x\geqq 2$ との共通の範囲は

$$x>4\quad ……②$$



(ii)　$3x-6<0$　すなわち　$x<2$ のとき

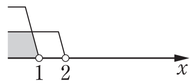
$|3x-6|=-(3x-6)$ であるから，① は

$$-(3x-6)>x+2$$

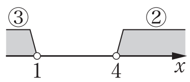
したがって　$x<1$

これと $x<2$ との共通の範囲は

$$x<1\quad ……③$$



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{x<1,\ 4<x}$



(3)　$|x+4|<-3x$　……①

(i)　$x+4\geqq 0$　すなわち　$x\geqq -4$ のとき

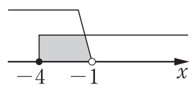
$|x+4|=x+4$ であるから，① は

$$x+4<-3x$$

したがって　$x<-1$

これと $x\geqq -4$ との共通の範囲は

$$-4\leqq x<-1\quad ……②$$



(ii)　$x+4<0$　すなわち　$x<-4$ のとき

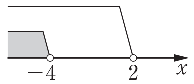
$|x+4|=-(x+4)$ であるから，① は

$$-(x+4)<-3x$$

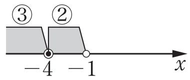
したがって　$x<2$

これと $x<-4$ との共通の範囲は

$x<-4$ ……③



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて　$\boldsymbol{x<-1}$



問題

教科書 P.48

14 (1) $\dfrac{5x-2}{3}+1<\dfrac{4x-3}{5}-\dfrac{5}{3}$

両辺に 15 を掛けると

$5(5x-2)+15<3(4x-3)-25$

$25x-10+15<12x-9-25$

$13x<-39$

両辺を 13 で割ると

$\boldsymbol{x<-3}$

(2) $0.3x-1.6\geqq 0.7x+0.2$

両辺に 10 を掛けると

$3x-16\geqq 7x+2$

$-4x\geqq 18$

両辺を -4 で割ると

$\boldsymbol{x\leqq -\dfrac{9}{2}}$

15 (1) $\begin{cases} 3(x-1)\geqq 5+x & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x+2}{4}\leqq 3-\dfrac{2x-5}{10} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$3x-3\geqq 5+x$

$2x\geqq 8$

したがって　$x\geqq 4$ ……③

② より　$5(x+2)\leqq 60-2(2x-5)$

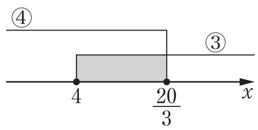
$5x+10\leqq 60-4x+10$

$9x\leqq 60$

したがって　$x\leqq\dfrac{20}{3}$ ……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{4\leqq x\leqq\dfrac{20}{3}}$



(2) $\dfrac{x-3}{2}<x\leqq\dfrac{5x+4}{3}-1$ より

$\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}<x & \cdots\cdots ① \\ x\leqq\dfrac{5x+4}{3}-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$x-3<2x$

したがって　$x>-3$ ……③

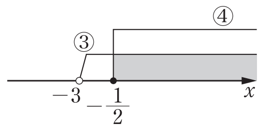
② より　$3x\leqq 5x+4-3$

$-2x\leqq 1$

したがって　$x\geqq -\dfrac{1}{2}$ ……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{x\geqq -\dfrac{1}{2}}$



16 りんごの個数を x 個とすると，かきの個数は $(20-x)$ 個であるから，重さと代金について，与えられた条件からそれぞれ次の不等式が成り立つ。

$\begin{cases} 200x+150(20-x)\geqq 3600 & \cdots\cdots ① \\ 160x+80(20-x)\leqq 2600 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$50x\geqq 600$

したがって　$x\geqq 12$ ……③

② より　$80x\leqq 1000$

したがって　$x\leqq 12.5$ ……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$12\leqq x\leqq 12.5$

x は整数であるから　$x=12$

このとき　$20-x=8$

したがって

りんごを 12 個，かきを 8 個購入すればよい。

17 (1) 方程式 $|3x+4|=5$ の解は

$3x+4=\pm 5$ より　$3x=-4\pm 5$

すなわち　$3x=1,\ -9$

したがって　$\boldsymbol{x=\dfrac{1}{3},\ -3}$

(2) 不等式 $|4x+7|<3$ の解は

$-3<4x+7<3$

各辺から 7 を引いて

$-10<4x<-4$

各辺を 4 で割って

$\boldsymbol{-\dfrac{5}{2}<x<-1}$

(3) $|5x-2|-3\geqq 4$ より　$|5x-2|\geqq 7$

よって，不等式 $|5x-2|\geqq 7$ の解は

$5x-2\leqq -7,\quad 7\leqq 5x-2$

したがって　$5x\leqq -5,\ 9\leqq 5x$

すなわち　$\boldsymbol{x\leqq -1,\ \dfrac{9}{5}\leqq x}$

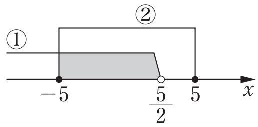
18 $6x-4>8x-9$ より　$-2x>-5$

したがって　$x<\dfrac{5}{2}$ ……①

また，$|x|\leqq 5$ より　$-5\leqq x\leqq 5$ ……②

①，② の共通の範囲は

$-5\leqq x<\dfrac{5}{2}$ ……③



x は整数であるから，③ を満たす整数 x は

-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2

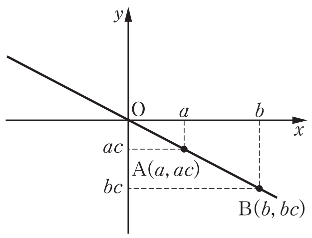
19 $c<0$ であるから，$y=cx$ のグラフは右下がりのグラフとなる。

$a<b$ となるようにグラフ上に 2 点 $\mathrm{A}(a,\ ac)$，$\mathrm{B}(b,\ bc)$ をとり，ac と bc の大小を考えると，グラフは右下がりであるから，$ac>bc$ となる。

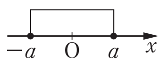
したがって

$a<b,\ c<0$　ならば　$ac>bc$

である。



20 (i)　$a>0$ のとき $|x|\leqq a$ の解は



$-a\leqq x\leqq a$　　……①

x は整数であるから，① を満たす x は

$-a,\ -(a-1),\ \cdots,\ -1,\ 0,\ 1,\ \cdots,\ a-1,\ a$

よって，整数 x の個数は　$2a+1$ 個

(ii)　$a=0$ のとき

$|x|\leqq a$ の解は $x=0$

よって，整数 x の個数は　1 個

これは $2a+1$ に $a=0$ を代入した値と等しい。

(iii)　$a<0$ のとき

$|x|\leqq a$ を満たす x は存在しない。

(i)〜(iii) より，$|x|\leqq a$ を満たす整数 x の個数は

$a\geqq 0$ のとき　$2a+1$ 個

$a<0$ のとき　0 個

探究　係数に文字を含む不等式の解法

教科書 P.49

考察1　5 を右辺に移項して

$ax>2-5$

$ax>-3$　　……①

(i)　$a>0$ のとき

両辺を a で割ると　$x>-\dfrac{3}{a}$

(ii)　$a<0$ のとき

両辺を a で割ると　$x<-\dfrac{3}{a}$

(i)，(ii) より，不等式 $ax+5>2$ の解は

$a>0$ のとき　$x>-\dfrac{3}{a}$

$a<0$ のとき　$x<-\dfrac{3}{a}$

となる。

考察2　$a=0$ のとき，不等式 ① は $0\cdot x>-3$ となり，x の値に関わらず成り立つ。

したがって，不等式 $ax+5>2$ の解は

$a=0$ のとき　すべての実数

考察3　考察 1，2 から

$a>0$ のとき　$x>-\dfrac{3}{a}$

$a=0$ のとき　すべての実数

$a<0$ のとき　$x<-\dfrac{3}{a}$

考察4　与えられた不等式は　$ax<-3$　　……②

と変形できる。

(i)　$a>0$ のとき

両辺を a で割ると　$x<-\dfrac{3}{a}$

(ii)　$a=0$ のとき

不等式 ② は $0\cdot x<-3$ となり，どのような x の値に対しても成り立たない。

よって，解なし

(iii)　$a<0$ のとき

両辺を a で割ると　$x>-\dfrac{3}{a}$

(i)〜(iii) より，不等式 $ax+5<2$ の解は

$a>0$ のとき　$x<-\dfrac{3}{a}$

$a=0$ のとき　解なし

$a<0$ のとき　$x>-\dfrac{3}{a}$

練習問題 A

教科書 P.50

1 (1)　$(a+b-c+d)(a-b+c+d)$

$=\{(a+d)+(b-c)\}\{(a+d)-(b-c)\}$

$=(a+d)^2-(b-c)^2$

$=\boldsymbol{a^2+2ad+d^2-b^2+2bc-c^2}$

(2)　$(a-2)(a+2)(a^2+4)(a^4+16)$

$=(a^2-4)(a^2+4)(a^4+16)$

$=(a^4-16)(a^4+16)$

$=\boldsymbol{a^8-256}$

(3)　$(a+b+c)^2+(-a+b+c)^2$
$\qquad+(a-b+c)^2+(a+b-c)^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
$\quad+a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$
$\quad+a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ca$
$\quad+a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca$

$=\boldsymbol{4a^2+4b^2+4c^2}$

(4)　$(a+2b+3c)^2-(a+2b-3c)^2$

$=\{(a+2b+3c)+(a+2b-3c)\}$
$\qquad\cdot\{(a+2b+3c)-(a+2b-3c)\}$

$= (2a+4b)\cdot 6c$

$= \boldsymbol{12ac+24bc}$

2 (1) $x^2+y^2-2xy-z^2$

$= (x^2-2xy+y^2)-z^2$

$= (x-y)^2-z^2$

$= \{(x-y)+z\}\{(x-y)-z\}$

$= \boldsymbol{(x-y+z)(x-y-z)}$

(2) $2x^2-3xy+y^2+7x-5y+6$

$= 2x^2+(-3y+7)x+(y^2-5y+6)$

$= 2x^2+(-3y+7)x+(y-2)(y-3)$

$= \{x-(y-2)\}\{2x-(y-3)\}$

$= \boldsymbol{(x-y+2)(2x-y+3)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(y-2) & \longrightarrow & -2y+4 \\ 2 & & -(y-3) & \longrightarrow & \underline{\ -y+3\ } \\ & & & & -3y+7 \end{array}$$

(3) $x^2y+y^2z-y^3-x^2z$

$= (x^2y-y^3)+(y^2-x^2)z$

$= (x^2-y^2)y-(x^2-y^2)z$

$= (x^2-y^2)(y-z)$

$= \boldsymbol{(x+y)(x-y)(y-z)}$

(4) $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$= \{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+24$

$= (x^2+x-12)(x^2+x-2)+24$

$= \{(x^2+x)-12\}\{(x^2+x)-2\}+24$

$= \{(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24\}+24$

$= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+48$

$= (x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$= \boldsymbol{(x+3)(x-2)(x^2+x-8)}$

(5) $abx^2-(a^2+b^2)x+(a^2-b^2)$

$= abx^2-(a^2+b^2)x+(a+b)(a-b)$

$= \boldsymbol{(ax-a-b)(bx-a+b)}$

$$\begin{array}{ccccc} a & \times & -a-b & \longrightarrow & -ab-b^2 \\ b & & -a+b & \longrightarrow & \underline{\ -a^2+ab\ } \\ & & & & -(a^2+b^2) \end{array}$$

(6) $(x+y+z)(xy+yz+zx)-xyz$

$= \{x+(y+z)\}\{(y+z)x+yz\}-xyz$

$= (y+z)x^2+(y+z)^2x+yz(y+z)$

$= (y+z)\{x^2+(y+z)x+yz\}$

$= (y+z)(x+y)(x+z)$

$= \boldsymbol{(x+y)(y+z)(z+x)}$

3 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}$

$= \dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \dfrac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4}$

$= \boldsymbol{\dfrac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

4 $x = \dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}$

$= 4-\sqrt{15}$

$\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{4-\sqrt{15}} = \dfrac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}$

$= 4+\sqrt{15}$

(1) $x+\dfrac{1}{x} = (4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15}) = \boldsymbol{8}$

(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2} = \left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2 = 8^2-2 = \boldsymbol{62}$

5 $a+b \geqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2+2ab+b^2} = \sqrt{(a+b)^2}$

$= |a+b|$

$= a+b$

$a-b \leqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2}$

$= |a-b|$

$= -(a-b)$

$= -a+b$

したがって

$\sqrt{a^2+2ab+b^2}+\sqrt{a^2-2ab+b^2}$

$= (a+b)+(-a+b)$

$= \boldsymbol{2b}$

6 (1) $3(4+x) > 2x+7 \geqq 5x-3$ より

$\begin{cases} 3(4+x) > 2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+7 \geqq 5x-3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$12+3x > 2x+7$

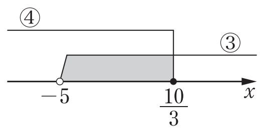
したがって　$x > -5$　……③

② より　$-3x \geqq -10$

したがって　$x \leqq \dfrac{10}{3}$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{-5 < x \leqq \dfrac{10}{3}}$



(2) $\begin{cases} 2x+3 < 5(x-6) & \cdots\cdots ① \\ 2x-8 > 4(1-x) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$2x+3 < 5x-30$

$-3x < -33$

したがって　$x > 11$　……③

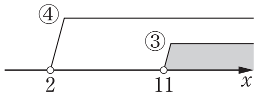
② より　$2x-8 > 4-4x$

$6x > 12$

したがって　$x > 2$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$x > 11$



(3) $\begin{cases} 3x-2(x+2) \geqq -1 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5 \leqq -x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$3x-2x-4 \geqq -1$

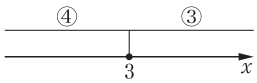
したがって　$x \geqq 3$　……③

② より　$4x \leqq 12$

したがって　$x \leqq 3$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$x = 3$



7　10 本以下のときは A 店の方が安くなる。
したがって，10 本を超えるときの代金を考える。
購入する鉛筆の本数を x 本とすると
A 店での代金は

$$200\cdot\left(1-\frac{1}{10}\right)\cdot x = 180x \text{（円）}$$

B 店での代金は

$$200\cdot 10+200\cdot\left(1-\frac{2}{10}\right)\cdot(x-10)$$
$$=160x+400 \text{（円）}$$

したがって，B 店で購入する方が安くなるとすると，次の不等式が成り立つ。

$180x > 160x+400$

整理すると

$20x > 400$

$x > 20$

したがって，20 本を超える本数のとき，すなわち，**21 本以上** 購入するとき，B 店の方が安くなる。

練習問題 B

教科書 P.51

8　$(x+y+z)^2$
$= x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$
$= (x^2+y^2+z^2)+2(xy+yz+zx)$

であるから

$x^2+y^2+z^2$
$= (x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
$= 2^2-2\cdot 1 = \mathbf{2}$

9　(1)　$a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$
$= -(b-c)a^2+(b^2-c^2)a+(bc^2-b^2c)$
$= -(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b-c)$
$= -(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$= -(b-c)(a-b)(a-c)$
$= \boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)}$

(2)　$(a+b+c+1)(a+1)+bc$
$= \{(a+1)+(b+c)\}(a+1)+bc$
$= (a+1)^2+(b+c)(a+1)+bc$
$= (a+1+b)(a+1+c)$
$= \boldsymbol{(a+b+1)(a+c+1)}$

(3)　$(a+b)(b+c)(c+a)+abc$
$= (b+c)\{(a+b)(a+c)\}+(bc)a$
$= (b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}+(bc)a$
$= (b+c)a^2+\{(b+c)^2+bc\}a+bc(b+c)$
$= \{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\}$
$= \boldsymbol{(a+b+c)(ab+bc+ca)}$

(4)　$(a+b)c^3-(a^2+ab+b^2)c^2+a^2b^2$
$= (b^2-c^2)a^2+(c^3-bc^2)a+(bc^3-b^2c^2)$
$= (b+c)(b-c)a^2-c^2(b-c)a-bc^2(b-c)$
$= (b-c)\{(b+c)a^2-c^2a-bc^2\}$
$= (b-c)\{(a^2-c^2)b+ca^2-c^2a\}$
$= (b-c)\{(a+c)(a-c)b+ac(a-c)\}$
$= (b-c)(a-c)\{(a+c)b+ac\}$
$= \boldsymbol{(a-c)(b-c)(ab+bc+ca)}$

10

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(1+\sqrt{3}-\sqrt{2})+2(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{3}+\sqrt{2})(1+\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$
$$=\frac{4(1+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$=\frac{4(1+\sqrt{3})}{4+2\sqrt{3}-2}=\frac{4(1+\sqrt{3})}{2(1+\sqrt{3})}=2$$

また

$$\frac{3}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\frac{3}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{3(1-\sqrt{3}-\sqrt{2})+3(1-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{3}+\sqrt{2})(1-\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$
$$=\frac{6(1-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$=\frac{6(1-\sqrt{3})}{4-2\sqrt{3}-2}=\frac{6(1-\sqrt{3})}{2(1-\sqrt{3})}=3$$

したがって

$$\frac{2}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$
$$+\frac{3}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\frac{3}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$
$$=2+3=\mathbf{5}$$

11　(1)　$\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}$ の分母を有理化すると

$$\frac{1}{3-\sqrt{7}}=\frac{3+\sqrt{7}}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=\frac{3+\sqrt{7}}{2}$$

ここで，$2^2<7<3^2$ より $2<\sqrt{7}<3$ であるから

$$\frac{3+2}{2}<\frac{3+\sqrt{7}}{2}<\frac{3+3}{2}$$

すなわち　$\dfrac{5}{2}<\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}<3$

よって，整数部分 a は　$\boldsymbol{a=2}$

また，小数部分 b は

$$\boldsymbol{b} = \frac{1}{3-\sqrt{7}} - a$$
$$= \frac{3+\sqrt{7}}{2} - 2$$
$$= \boldsymbol{\frac{\sqrt{7}-1}{2}}$$

(2) $a+2b = 2+2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2} = \sqrt{7}+1$

$ab = 2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2} = \sqrt{7}-1$

したがって

$$a^2+2ab+4b^2$$
$$=(a+2b)^2-2ab$$
$$=(\sqrt{7}+1)^2-2(\sqrt{7}-1)$$
$$=(8+2\sqrt{7})-2\sqrt{7}+2$$
$$=\boldsymbol{10}$$

12 $4-x \leqq 3x \leqq 2x+a$ より

$$\begin{cases} 4-x \leqq 3x & \cdots\cdots ① \\ 3x \leqq 2x+a & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

① より　$4 \leqq 4x$

したがって　$1 \leqq x$　……③

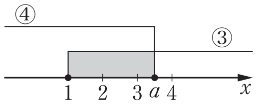
② より　$x \leqq a$　……④

不等式を満たす整数 x が存在することから

③，④ より　$1 \leqq x \leqq a$

これを満たす整数 x がちょうど 3 個存在するから

$$\boldsymbol{3 \leqq a < 4}$$



13 ① より　$-2 < x-7 < 2$

したがって　$5 < x < 9$　……③

② より　$-k < x-3 < k$

したがって　$3-k < x < 3+k$　……④

(1) ③，④ をともに満たす x が存在するから

$3-k<9$　かつ　$5<3+k$　したがって　$\boldsymbol{k>2}$

(2) ③ が ④ に含まれるから

$3-k \leqq 5$　かつ　$9 \leqq 3+k$　したがって　$\boldsymbol{k \geqq 6}$

14 (1) (i) $x<1$ のとき

$|x-1| = -(x-1)$，$|x-3| = -(x-3)$ であるから，方程式は

$$-(x-1)-(x-3)=6$$
$$-2x+4=6$$

したがって　$x=-1$

これは，$x<1$ を満たす。

(ii) $1 \leqq x < 3$ のとき

$|x-1| = x-1$，$|x-3| = -(x-3)$ であるから，方程式は

$$x-1-(x-3)=6$$
$$2=6$$

この式は成り立たない。

(iii) $x \geqq 3$ のとき

$|x-1| = x-1$，$|x-3| = x-3$ であるから，方程式は

$$x-1+x-3=6$$
$$2x-4=6$$

したがって　$x=5$

これは，$x \geqq 3$ を満たす。

(i)，(ii)，(iii) より，方程式 $|x-1|+|x-3|=6$ の解は

$$\boldsymbol{x=-1,\ 5}$$

(2) (i) $x<1$ のとき

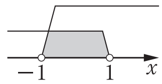
(1)(i) より，不等式は

$$-2x+4<6$$

よって　$x>-1$

これと $x<1$ との共通の範囲は

$$-1<x<1 \quad \cdots\cdots ①$$



(ii) $1 \leqq x < 3$ のとき

(1)(ii) より，不等式は

$$2<6$$

この式は常に成り立つから

$$1 \leqq x < 3 \quad \cdots\cdots ②$$

(iii) $x \geqq 3$ のとき

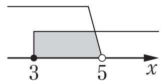
(1)(iii) より，不等式は

$$2x-4<6$$

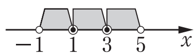
よって　$x<5$

これと $x \geqq 3$ との共通の範囲は

$$3 \leqq x < 5 \quad \cdots\cdots ③$$



(i)〜(iii) より，不等式 $|x-1|+|x-3|<6$ の解は ①，②，③ の範囲を合わせて



$$\boldsymbol{-1<x<5}$$

演 習 問 題

教科書 P.51　(QR コンテンツ)

1 xyz の項を計算すると

$$x\cdot3y\cdot(-3z)+x\cdot(-z)\cdot(-y)+y\cdot2x\cdot(-3z)$$
$$+y\cdot(-z)\cdot4x+2z\cdot2x\cdot(-y)+2z\cdot3y\cdot4x$$
$$=(-9+1-6-4-4+24)xyz$$
$$=2xyz$$

よって，xyz の係数は　2

2 与えられた不等式より　$b>0$

$-2b < x+a-3 < 2b$ であるから

$$-a+3-2b < x < -a+3+2b$$

が成り立つ。解が $-1<x<11$ となるのは

$$\begin{cases} -a+3-2b=-1 \\ -a+3+2b=11 \end{cases}$$

のときであるから，これを解くと

$\boldsymbol{a=-2,\ b=3}$

これは，$b>0$ を満たしている。

探究　江戸時代の数学〈開平法〉

教科書 P.52

考察1　① の左辺を展開すると

$$16+\frac{8}{10}x+\frac{1}{100}x^2 \leqq 19$$

両辺に 100 を掛けて整理すると

$$1600+80x+x^2 \leqq 1900$$

$$x(80+x) \leqq 300$$

したがって，8□×□ のうち，300 以下で 300 に最も近くなるような□の値を求めればよい。これを満たす最大の値は，$83\times3=249$，$84\times4=336$ であるから，3 である。

考察2　考察 1 より $\sqrt{19}$ の小数第 1 位までが 4.3 と求められ，$19-\left(\frac{43}{10}\right)^2=\frac{51}{100}$ であると分かった。

小数第 2 位の数字を y とすると，y は

$$\left(\frac{43}{10}+\frac{1}{100}y\right)^2 \leqq 19 \quad \cdots\cdots ②$$

を満たす最大の整数である。② の左辺を展開すると

$$\left(\frac{43}{10}\right)^2+\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq 19$$

$$\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq 19-\left(\frac{43}{10}\right)^2$$

$$\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq \frac{51}{100}$$

両辺に 10000 を掛けて整理すると

$$860y+y^2 \leqq 5100$$

$$y(860+y) \leqq 5100$$

したがって，86□×□ のうち，5100 以下で 5100 に最も近くなるような□の値を求めればよい。これを満たす最大の値は，$865\times5=4325$，$866\times6=5196$ であるから，5 である。