思考の戦略編

教科書 P.181

問1 優勝者が決まるまでのゲーム数は3，4，5の場合がある。

(i) 3試合目で優勝者が決まるとき

AまたはBが3連勝する場合であるから，その確率は　$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$

(ii) 4試合目で優勝者が決まるとき

Aが優勝するのは，3試合目までにAが2勝1敗となり4試合目でAが勝つ場合であるから，その確率は　${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2^4}$

Bが優勝する場合も同様に考えて，その確率は

$\frac{3}{2^4}$

よって，4試合目で優勝者が決まる確率は

$\frac{3}{2^4}+\frac{3}{2^4}=\frac{3}{8}$

(iii) 5試合目で優勝者が決まるとき

4試合目までに2勝2敗となる場合である。

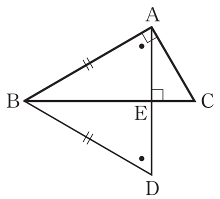
このとき，5試合目はどちらのチームが勝っても優勝者が決まるから，その確率は

${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 1=\frac{3}{8}$

(i)，(ii)，(iii) より，求める期待値は

$3\times\frac{1}{4}+4\times\frac{3}{8}+5\times\frac{3}{8}=\mathbf{\frac{33}{8}}$

問2 線分ADと辺BCの交点をEとする。



条件より，△ABEと△DBEは合同である。

したがって

$\angle EAB=\angle EDB$　……①

また，△ABCと△ABEにおいて

$\angle BAC=\angle BEA=90°$

∠ABEは共通であるから

$\angle ACB=\angle EAB$　……②

①，② より，2点C，Dが直線ABに関して同じ側にあって，$\angle ACB=\angle ADB$ であるから，円周角の定理の逆により，4点A，B，C，Dは同一円周上にある。

教科書 P.184

問3 四角形EFGHは正方形であるから

$FH\perp EG$

また，平面 $EFGH\perp AE$ より

$FH\perp AE$

よって，線分FHは平面AEGCの交わる2直線に垂直であるから

$FH\perp$ 平面AEGC

AGは平面AEGC上にあるから

$FH\perp AG$

同様に　$CH\perp AG$

したがって，対角線AGは平面CFH上の交わる2直線に垂直であるから

$AG\perp$ 平面CFH

問4 赤いさいころの目の出方と青いさいころの目の出方は等しいから，「赤の方が大きい」確率と「青の方が大きい」確率は等しい。

同じ目が出る確率は $\frac{1}{6}$ であるから，求める確率は

$\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{5}{12}}$

資料　集合

1 | 集合

教科書 P.185

問 1　(1)　5 は奇数，6 は偶数であるから

$$5 \in A, \quad 6 \notin A$$

(2)　18 の正の約数は 1，2，3，6，9，18 であるから

$$5 \notin B, \quad 6 \in B$$

教科書 P.186

問 2　(1)　$\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$

(2)　$\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 99\}$

(3)　$\{-2,\ 2\}$

(4)　$\{10,\ 15,\ 20,\ \cdots\}$

問 3　(1)　$\{x \mid x$ は 10 以下の正の奇数$\}$

(2)　$\{x \mid x$ は 11 以下の素数$\}$

教科書 P.187

問 4　D を要素を書き並べる方法で表すと

$$D = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$$

であるから，E の部分集合は　A，C，D

問 5　A を要素を書き並べる方法で表すと

$$A = \{1,\ 2,\ 3\}$$

B を要素を書き並べる方法で表すと

$$B = \{1,\ 3\}$$

C を要素を書き並べる方法で表すと

$$C = \{1,\ 3,\ 9\}$$

であるから，$\{1,\ 3\}$ に等しい集合は　B

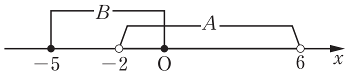
教科書 P.188

問 6　(1)　$A \cap B = \{2,\ 3,\ 5\}$

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$

(2)　$A \cap B = \{x \mid x$ は実数，$-2 < x \leqq 0\}$

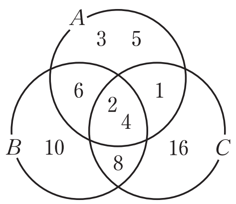
$A \cup B = \{x \mid x$ は実数，$-5 \leqq x < 6\}$



教科書 P.189

問 7　$A \cap B \cap C = \{2,\ 4\}$

$A \cup B \cup C = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10,\ 16\}$



問 8　集合 $\{3,\ 4,\ 5\}$ の部分集合は

$$\varnothing,\ \{3\},\ \{4\},\ \{5\},\ \{3,\ 4\},\ \{3,\ 5\},\ \{4,\ 5\},\ \{3,\ 4,\ 5\}$$

教科書 P.190

問 9　$U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(1)　$\overline{A} = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(2)　$\overline{B} = \{2,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9\}$ であるから

$$A \cap \overline{B} = \{2,\ 6\}$$

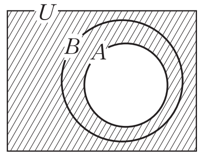
(3)　$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(4)　$A \cap B = \{4\}$ であるから

$$\overline{A \cap B} = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$$

（注）　(3)，(4) より $\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$ となることが分かる。

問 10　$A \subset B$ のとき，A，B は下の図のような関係にあり，$\overline{A}$ は斜線部分である。



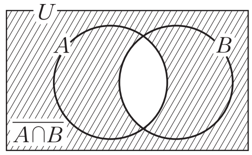
このとき，$\overline{B}$ が $\overline{A}$ に含まれているから

$$A \subset B \quad ならば \quad \overline{A} \supset \overline{B}$$

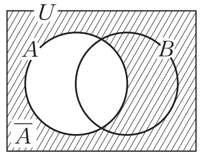
である。

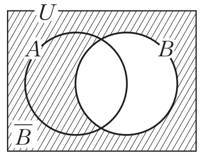
教科書 P.191

問 11　$\overline{A \cap B}$ は次の図の斜線部分である。



$\overline{A}$，$\overline{B}$ はそれぞれ次の図の斜線部分である。





したがって，$\overline{A \cap B}$ は $\overline{A} \cup \overline{B}$ に一致する。

問 12　$U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

ド・モルガンの法則により

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$$

である。

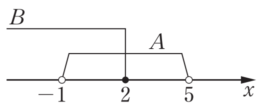
$$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7\}$$

であるから

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B} = \{5,\ 8,\ 9\}$$

問 題

1　$A = \{x \mid -1 < x < 5\}$ と $B = \{x \mid x \leqq 2\}$ をそれぞれ数直線上に表すと下の図のようになる。



したがって

(1)　$A \cap B = \{x \mid -1 < x \leqq 2\}$

(2)　$A \cup B = \{x \mid x < 5\}$

(3)　ド・モルガンの法則により

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \overline{A \cup B}$$

であるから，(2) より

$$\boldsymbol{\overline{A} \cap \overline{B} = \{x \mid x \geqq 5\}}$$

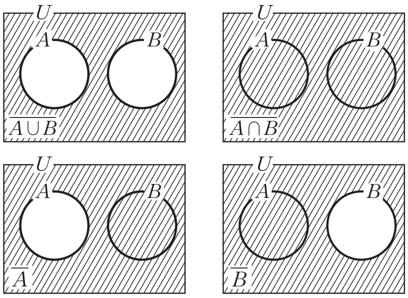
(4) ド・モルガンの法則により

$$\overline{A} \cup \overline{B} = \overline{A \cap B}$$

であるから，(1) より

$$\boldsymbol{\overline{A} \cup \overline{B} = \{x \mid x \leqq -1}\ \textbf{または}\ \boldsymbol{2 < x\}}$$

2 $A \cap B = \varnothing$ のとき

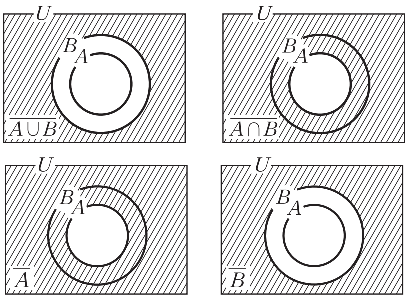


$\overline{A \cup B}$，$\overline{A \cap B}$，$\overline{A}$，$\overline{B}$ は，それぞれ上の図の斜線部分であるから

$\overline{A \cup B}$ は $\overline{A} \cap \overline{B}$ に一致する。

$\overline{A \cap B}$ は $\overline{A} \cup \overline{B}$ に一致する。

$A \subset B$ のとき



$\overline{A \cup B}$，$\overline{A \cap B}$，$\overline{A}$，$\overline{B}$ は，それぞれ上の図の斜線部分であるから

$\overline{A \cup B}$ は $\overline{A} \cap \overline{B}$ に一致する。

$\overline{A \cap B}$ は $\overline{A} \cup \overline{B}$ に一致する。